

(1) 点Pは点B, D, Cが重なった点であるから

$$PE = CE = 6 \text{ (cm)}, \quad PF = CF = 6 \text{ (cm)}, \quad AP = AB = 12 \text{ (cm)}$$

また、辺PEと辺PFは垂直であるから、 $\triangle PEF$ の面積は

$$PE \times PF \times \frac{1}{2} = 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

辺APは面PEFに垂直なので、求める体積は

$$\triangle PEF \times AP \times \frac{1}{3} = 18 \times 12 \times \frac{1}{3} = 72 \text{ (cm}^3\text{)}$$

(2)① 最短となるようにひもをかけるとき、ひもをかける部分は展開図では線分BDとなり、これと線分AE, AFとの交点がそれぞれQ, Rである。線分PQは展開図では線分BQとなるからこれを求める。AD//EBより $\triangle ADQ$ と $\triangle EBQ$ は相似であり、相似比は

$$AD:EB = 12:6 = 2:1$$

したがって

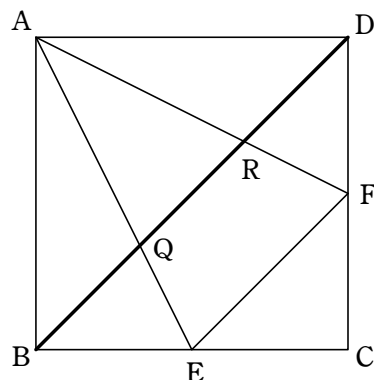
$$BD:BQ = 3:1$$

また、三平方の定理により

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

したがって

$$BQ = BD \times \frac{(\text{BQの比})}{(\text{BDの比})} = 12\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



② 展開図において、中点連結定理から $BD \parallel EF$ である。よって、 $\triangle AQR$ と $\triangle AEF$ は相似である。①から $AQ:QE = 2:1$ であるので、 $\triangle AQR$ と $\triangle AEF$ の相似比は $2:3$ であり、面積比は $4:9$ である。ここで、組み立てた図において、三角錐APEFと三角錐APQRは頂点Pから向かい合う面へおろした垂線が一致するので、体積の比は $\triangle AQR$ と $\triangle AEF$ の面積比に等しい。よって求める体積は

$$(\text{三角錐APEFの体積}) \times \frac{\triangle AQR}{\triangle AEF} = 72 \times \frac{4}{9} = 32 \text{ (cm}^3\text{)}$$