

(1)  $A_1$  は放物線①上の点なので,  $A_1$  の  $y$  座標は  $y = \frac{1}{16} \times (8\sqrt{2})^2 = 8$

$B_1$  の  $y$  座標と  $A_1$  の  $y$  座標は等しいので, 直線②上の点  $B_1$  の座標は  $(8, 8)$  となる。

$A_2$  の  $x$  座標は  $8$  となり,  $A_2$  の  $y$  座標は  $y = \frac{1}{16} \times 8^2 = 4$

$B_2$  の  $y$  座標と  $A_2$  の  $y$  座標は等しいので, 直線②上の点  $B_2$  の座標は  $(4, 4)$  となる。

$A_3$  の  $x$  座標は  $4$  となり,  $A_3$  の  $y$  座標は  $y = \frac{1}{16} \times 4^2 = 1$

よって,  $A_3$  の座標は  $(4, 1)$

(2) (1) より  $A_3(4, 1)$ ,  $B_1(8, 8)$  なので, 求める直線を  $y = ax + b$  とおくと, 
$$\begin{cases} 1 = 4a + b \\ 8 = 8a + b \end{cases}$$

これを解いて,  $a = \frac{7}{4}$ ,  $b = -6$  より, 求める直線は  $y = \frac{7}{4}x - 6$

(3) 点  $P$  の座標は放物線①と  $y = \frac{7}{4}x - 6$  の交点なので

$$\frac{1}{16}x^2 = \frac{7}{4}x - 6$$

$$x^2 - 28x + 96 = 0$$

$$(x - 4)(x - 24) = 0$$

$$x = 4, 24$$

点  $P$  は  $A_3$  以外の点であるので  $x = 24$  となり,  $y$  座標は  $y = \frac{7}{4} \times 24 - 6 = 36$

ゆえに, 点  $P$  の座標は  $(24, 36)$

$\triangle PA_2B_2$  について, 底辺を  $B_2A_2 = 8 - 4 = 4$  とすると,

高さは  $(P \text{ の } y \text{ 座標}) - (A_2 \text{ の } y \text{ 座標}) = 36 - 4 = 32$  となる。

よって,  $\triangle PA_2B_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 32 = 64$