17日大問５の解答･解説

⑴　立体ABCD－EFGHは直方体であり， $FG=GH$ なので，四角形EFGHは正方形である。

これより，△FGHは直角二等辺三角形なので，

$HG=\dfrac{1}{\sqrt{2}}FH=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{6}$ (cm)

⑵　立体ABCD－EFGHは直方体なので， $DH\perp FH$ である。よって，△FHDは $\angle H=90^\circ$ の直角三角形であるから，三平方の定理より

$DF=\sqrt{FH^2+DH^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+6^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ (cm)

線分FPは $\angle DFH$ の二等分線であるから，

$DH:PH=(DF+FH):FH$

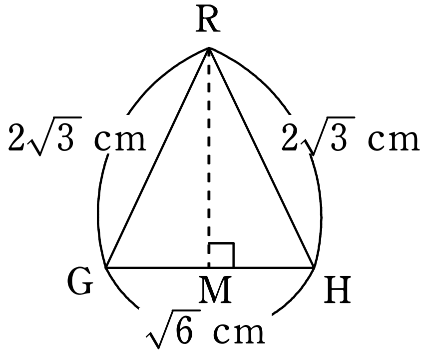
$6:PH=6\sqrt{3}:2\sqrt{3}$

$PH=2$ (cm)

△PFHは $\angle H=90^\circ$ の直角三角形であるから，三平方の定理より

$PF=\sqrt{FH^2+PH^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{16}=4$ (cm)

⑶　四角形ABGHは長方形であるので，対角線AG，BHはそれぞれの中点で交わり，この中点はRと一致するので $RG=RH=RF=\dfrac{1}{2}DF=2\sqrt{3}$ (cm)



△RGHにおいて，頂点Rから線分GMに垂線RMをおろす。

△RGHは二等辺三角形であるから $GM=\dfrac{1}{2}GH=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ (cm)

三平方の定理より， $RM=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{42}{4}}=\dfrac{\sqrt{42}}{2}$ (cm)

よって， $\triangle RGH=\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{42}}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$ (cm^2)

線分FHの中点をOとすると，３点R，Q，Oは一直線上に存在する。

中点連結定理より， $RO=\dfrac{1}{2}DH=3$ (cm)， $QO=\dfrac{1}{2}PH=1$ (cm)である。

また， $\triangle OGH=\dfrac{1}{4}\times$正方形EFGH$=\dfrac{1}{4}\times(\sqrt{6})^2=\dfrac{3}{2}$ であるので，

(三角錐R－QGH)＝(三角錐R－OGH)－(三角錐Q－OGH)$=\dfrac{3}{2}\times 3\times\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{2}\times 1\times\dfrac{1}{3}=1$ (cm^3)

求める長さを h cmとおき，三角錐R－QGHの体積について考えると

$\dfrac{3\sqrt{7}}{2}\times h\times\dfrac{1}{3}=1$ より， $h=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$

よって求める 長さは $\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$ (cm)