R4年度入試　数学　解説

（1）　点Bは放物線②を通るので，$x=-2$ を代入すると，

$$y=-\frac{1}{4}\times(-2)^2=-1$$

よって，点Bの座標は（-2，-1）

（2）　点Dは放物線②を通るので，$x=4$ を代入すると，

$$y=-\frac{1}{4}\times4^2=-4$$

よって，点Dの座標は（4，-4）

点A, Cは放物線①を通るので，$y=ax^2$ に $x=-2$, $x=4$ を代入すると，

点A は $y=a\times(-2)^2=4a$ ，点C は $y=a\times4^2=16a$

よって，点$A(-2,4a)$, $C(4,16a)$

点A, Cからx軸上に下ろした垂線の交点をP, Qとすると，$P(-2,0)$, $Q(4,0)$

台形ABCDの面積は $\frac{1}{2}\times(AB+CD)\times PQ$ より

$$\frac{1}{2}[\{4a-(-1)\}+\{16a-(-4)\}]\times\{4-(-2)\}=60a+15$$

ここで，面積は45より，$60a+15=45$

よって，$a=\frac{1}{2}$

（3）（2）より点$A(-2,4a)$, $C(4,16a)$より，直線ACの式を$y=bx+c$とおくと，

$$\begin{cases}4a=-2b+c\\16a=4b+c\end{cases}$$　これをb, cについて解くと，$b=2a$, $c=8a$

ゆえに，直線ACの式は $y=2ax+8a$

点Eは直線AC上より，$(0,8a)$

点B, Cからy軸上に下ろした垂線の交点をQ, Sとすると，$Q(0,-1)$, $S(0,16a)$

よって，三平方の定理より

$BE^2=BQ^2+QE^2=2^2+\{8a-(-1)\}^2=64a^2+16a+5$　…①

$EC^2=CS^2+SE^2=4^2+(16a-8a)^2=64a^2+16$　…②

△BECは二等辺三角形であり，∠BECは鈍角であるからBE＝EC。

したがって，$BE^2=EC^2$ なので，①と②より

$64a^2+16a+5=64a^2+16$

$16a=11$

よって，$a=\frac{11}{16}$